

**Решения задач Межрегиональной олимпиады школьников на базе
ведомственных образовательных организаций
в 2020-2021 учебном году
10 класс
Очный тур. Вариант 1.**

Задача 1. (20 баллов). В 1827 ботаник Р. Броун, исследуя пыльцу цветов под микроскопом, обнаружил, что плавающие в воде зёрнышки пыльцы двигаются непрерывно и хаотически. Он также заметил, что в горячей воде зёрнышки перемещаются быстрее, чем в холодной. Во сколько раз скорость зёрнышек при температуре 50°C больше, чем при 20°C?

Решение:

Броуновские частицы, как и молекулы, находятся в беспорядочном тепловом движении. В условиях термодинамического равновесия их средняя кинетическая энергия такая же, как у молекул газа и равна $E_k = \frac{3}{2}kT$, где T - температура, k - постоянная Больцмана равная отношению R к числу Авагадро N_A .

Таким образом $\frac{mV^2}{2} = \frac{3}{2}kT$. Разделив данное соотношение для температуры $T_2 = 323$ К на выражение для $T_1 = 293$ К, отсюда получаем ответ.

Ответ: $\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

Задача 2. (20 баллов). Электродвигатель подключен к источнику постоянного тока с ЭДС $\xi=12$ В. При полном затормаживании якоря электродвигателя в цепи течет ток $I_0= 3$ А. Какую мощность P развивает электродвигатель (с незаторможенным якорем) когда по его обмотке течет ток $I=2$ А?

Решение:

Запишем закон Ома для цепи, составленной из источника постоянного тока с ЭДС ε и электродвигателя:

$$IR = \varepsilon - \varepsilon_{\text{инд.}} \quad (1)$$

здесь R – полное сопротивление цепи (равное сумме сопротивлений: статора двигателя, соединительных проводов, источника ЭДС). $\varepsilon_{\text{инд.}}$ – ЭДС индукции, возникающая при вращении якоря электродвигателя.

Если якорь электродвигателя заторможен (не вращается) $\varepsilon_{\text{инд.}}=0$, и выражение (1) имеет вид:

$$I_0R = \varepsilon. \quad (2)$$

Отсюда находим полное сопротивление цепи R , и подставляем его в выражение (1), которое преобразуется к виду:

$$I\varepsilon/I_0 = \varepsilon - \varepsilon_{\text{инд.}} \quad (3)$$

Умножив выражение (3) на I , получим:

$$\varepsilon I^2/I_0 = \varepsilon I - \varepsilon_{\text{инд.}}I \quad (4)$$

Опишем физический смысл всех слагаемых в выражении (4).

Первое слагаемое – это мощность тепловых потерь в цепи (Джоулево тепло).

Второе слагаемое – это мощность источника тока.

Третье слагаемое – это искомая мощность P , которую развивает электродвигатель, когда по его обмотке течет ток I .

Отсюда получаем ответ.

Ответ: $P = \varepsilon I - \varepsilon \frac{I^2}{I_0} = 8 \text{ Вт.}$

Задача 3. (20 баллов). Сосуд вместимостью $V = 30$ л разделен на три равные части неподвижными полупроницаемыми тонкими перегородками. В левую часть вводят 30 г водорода, в среднюю 160 г кислорода и в правую 84 г азота. Через левую перегородку может диффундировать только водород, через правую — водород и азот. Какое давление будет в каждой из трех частей сосуда после установления равновесия, если оно поддерживается при постоянной температуре $T = 300$ К?

Решение:

Поскольку водород диффундирует через все перегородки, то он равномерно распределится по всему сосуду, давление водорода во всех трех частях сосуда будет равно:

$$p_{H_2} = \frac{m_{H_2} RT}{\mu_{H_2} V}$$

(ведь если газ проходит через перегородку, то в равновесии его давление по обе стороны должно быть одинаковым)

Азот может диффундировать лишь через правую перегородку, поэтому он заполнит среднюю и правую части сосуда общим объемом $(2/3)V$.

Его давление будет равно:

$$p_{N_2} = \frac{m_{N_2} 3RT}{\mu_{N_2} 2V}$$

Кислород не диффундирует через перегородки, давление кислорода в средней части сосуда равно:

$$p_{O_2} = \frac{m_{O_2} 3RT}{\mu_{O_2} V}$$

Согласно закону Дальтона, давление во всех трех частях сосуда будет равно сумме парциальных давлений находящихся там газов, т.е.

Ответ: $p_1 = p_{H_2} \approx 1,2 \text{ Мпа}; p_2 = p_{H_2} + p_{O_2} + p_{N_2} \approx 2,9 \text{ Мпа};$
 $p_3 = p_{H_2} + p_{N_2} \approx 1,6 \text{ МПа};$

Задача 4. (20 баллов). Заряженная частица массой 1 мг находится в вакууме в электрическом поле неподвижного равномерно заряженного шара. Частицу удерживают в состоянии покоя на некотором расстоянии от центра шара, действуя на нее силой 1 мН. Затем частицу отпускают, и она начинает двигаться. Пройдя от исходного положения расстояние 1 м, частица приобретает скорость 1 м/с. Каково ускорение частицы в этот момент времени? Частица и шар заряжены одноименно.

Решение:

Обозначим q -заряд частицы, Q - заряд шара, r – начальное расстояние между частицей и центром шара, s - расстояние которое прошла частица от исходного положения. По закону Кулона $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$. По закону сохранения энергии имеем

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r+s} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQs}{r(r+s)} = F \frac{sr}{r+s}$$

$$\text{По второму закону Ньютона } ma = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{(r+s)^2} = F \left(\frac{r}{r+s} \right)^2.$$

Объединяя записанные выражения получим:

Ответ: $a = \frac{mv^4}{4Fs^2} = 0,25 \text{ м/с}^2.$

Задача 5. (20 баллов). Известно, что капля жидкости в невесомости принимает сферическую форму, обусловленную собственным поверхностным натяжением, величина которого определяется коэффициентом поверхностного натяжения σ . В этом случае на единицу поверхности капли радиуса R действует сила $P_L=2\sigma/R$ (лапласовское давление), направленная внутрь поверхности и перпендикулярная ей. Пусть теперь на каплю поместили заряд q , равномерно распределенный по ее поверхности. Найти величину q , при которой капля может потерять сферическую форму. Величины σ и R известны. Используя полученное выражение для q , рассчитать q при $\sigma=0,073$ н/м и $R=1$ см.

Решение:

Если на поверхность капли поместить равномерно распределенный заряд, то за счет того, что элементарные одноименные заряды отталкиваются и будут стремиться удалиться друг от друга, т.е. растянуть каплю, будет возникать сила отрицательного давления P_z на ее поверхность. Эта сила направлена наружу по отношению к поверхности капли и перпендикулярна ей. Найдем силу давления P_z из условия, что работа A_z этой силы равна изменению энергии ΔW при расширении заряженной сферы, то есть изменении ее радиуса на малую величину Δr .

$$\Delta W = W_1 - W_2 = A_z,$$

где W_1 – энергия электрического поля при радиусе заряженной сферы равном r , а W_2 – энергия электрического поля при радиусе заряженной сферы равном $r+\Delta r$, где $\Delta r \ll r$. При выполнении условия малости Δr изменением плотности заряда при расширении сферы можно пренебречь.

Найдем работу из условия, что энергия электрического поля сферы ΔW , заключенная в тонком слое Δr , равна

$$A_{\text{э}} = \Delta W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \Delta V,$$

где $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ – плотность энергии электростатического поля у поверхности сферы (внутри сферы поле равно нулю), ΔV – изменение объема при ее расширении.

С другой стороны работа силы давления $P_{\text{э}}$ равна:

$$A_{\text{э}} = P_{\text{э}} \Delta V$$

Приравнивая выражения, получим:

$$P_{\text{э}} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2},$$

где $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$, тогда

$$P_{\text{э}} = \frac{q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 R^4}$$

Сферическая форма капли может нарушиться, когда лапласовское давление будет скомпенсировано отрицательным давлением из-за электрического заряда:

$$\frac{2\sigma}{R} = \frac{q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 R^4}, \text{ отсюда } q = 8\pi R \sqrt{\sigma \varepsilon_0 R}$$

Ответ: $q=20$ нКл